

Problem 24: The human body

問題24：人体 (解答)

24-1 一つの水分子中の三つの原子の平均原子量は $18 \div 3 = 6$ である。

他の分子中の原子の平均原子量もほとんど同じである。

例えば、炭水化物， $C(H_2O)$ ，を考えてみなさい。 $28 \div 4 = 7$ 。

以上のことから、人体が水だけからできていると仮定しよう。

60 kgの水は10,000モルの原子に相当し、これは 6×10^{27} 個なので、約 10^{28} 個の原子に相当するといえる。

解説：炭水化物は本来 $C_m(H_2O)_n$ で表される。例えばブドウ等の場合は $C_6(H_2O)_6$ となる。一般的に、炭水化物には m と n の値に近いものが多いので、代表的な組成式としてここでは $C(H_2O)$ を用いている。

24-2 人体の密度を 1 g/m^3 と仮定しなさい。

人体の体積は、 $6 \times 10^{-2} \text{ m}^3$

一つの細胞の体積は、 $6 \times 10^{-16} \text{ m}^3$

一つの細胞の辺の長さは、 $8 \times 10^{-6} \text{ m}$ (約10ミクロン)

解説：ここでは60 kgの人を例にとっているが、体重が異なる人でも同じ答えになる。人体の密度（比重）の 1 g/cm^3 という数値は、人間の身体が水にようやく浮くくらいであることを考えれば導き出せる。細胞の体積から細胞の辺の長さを求めるために3乗根の計算を行う必要があるのも、もし関数電卓を使う場合は慣れておく必要がある。ただし、この問題に限ってはそこまで厳密な精度を求められているわけではないので、関数電卓がなくても次のような方法で求められる。

$$6 \times 10^{-16} = 600 \times 10^{-18}.$$

なお、 $7^3 = 343$, $8^3 = 512$, $9^3 = 729$ であることから、

$600 \times 10^{-18} \approx (8 \times 10^{-6})^3$ であることはおおよそ見当をつけることができる。

24-3 一つの細胞に含まれる原子の数は、 $10^{28} \div 10^{14} = 10^{14}$

細胞中の原子一個あたりの体積は、 $6 \times 10^{-16} \text{ m}^3 \div 10^{14} = 6 \times 10^{-30} \text{ m}^3$

二つの原子の原子核間の距離は、 $2 \times 10^{-10} \text{ m} = 2 \text{ オングストローム}$

解説：最初の二つの式では、24-1や24-2の答えや途中で求めた数値を引用している。最後の、 $2 \times 10^{-10} \text{ m}$ は、その前の $6 \times 10^{-30} \text{ m}^3$ の3乗根のおおよその値である。

24-4 1モルの水の体積は, $18 \times 10^{-6} \text{ m}^3$

一つの水分子が占める平均体積は, $3 \times 10^{-29} \text{ m}^3$

二つの水分子の重心間の距離は, $3 \times 10^{-10} \text{ m} = 3 \text{ オングストローム}$

解説: 二段目の $3 \times 10^{-29} \text{ m}^3$ は, $18 \times 10^{-6} \text{ m}^3$ をアボガドロ数 (この場合, 6×10^{23} でよい) で割ったものである. 最後の $3 \times 10^{-10} \text{ m}$ は, $3 \times 10^{-29} \text{ m}^3$ の3乗根のおおよその値である.

24-5 1モルの水の体積は, $18 \times 10^{-6} \text{ m}^3$

1モルの水に含まれる原子数は, 18×10^{23}

水の中の一つの原子が占める平均体積は, 10^{-29} m^3

水に含まれる原子の原子核間の平均距離は, $2 \times 10^{-10} \text{ m} = 2 \text{ オングストローム}$

解説: 二段目の 18×10^{23} はアボガドロ数に3 (水は三原子分子である) をかけたもの. 三段目の数値は一段目の数値を二段目の数値で割ったもの. 答えの $2 \times 10^{-10} \text{ m}$ は, 三段目の数値の3乗根のおおよその値である. 全体を通して, 「推算」に重きがおかれており, 厳密な計算を要していないことに注意.