

問題 1. SI 基本単位の改定

2019年5月20日、SI基本単位の定義が全面的に改定された。そのうち、化学にまつわるいくつかのものについて調べよう。

その1.

改定される前、アボガドロ定数 N_A は「0.012 kg の ^{12}C に含まれる原子の数」と定義されていた。このことは、 N_A 個の ^{12}C 原子の集合の質量は 0.012 kg である、とも言い換えられる。 N_A を実験的に決定するためには 0.012 kg の ^{12}C を正確に量り取らなくてはならないため、今度は質量の基準が必要になる。歴史的に、これにはキログラム原器が用いられてきた。日本の組織を含む 8 つの組織からなる国際研究組織は、実際には ^{28}Si のみからなるシリコンの単結晶を製造し、切り出した真球を用いることで N_A を決定した。シリコンの単結晶は、図 1 に示されているように、ダイヤモンド型の結晶系をなし、立方体型の単位格子を持つ。

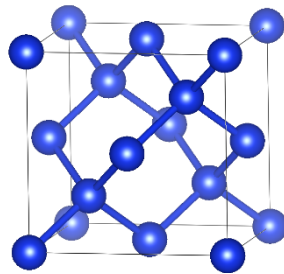


図 1. シリコンの単結晶

1-1. 単位格子内のシリコン原子の個数 n を求めよ。

シリコンの単結晶でできた真球の密度を考えよう。単位格子の各辺の長さを a [m] とする。 ^{28}Si の原子質量は $m = 28.09 u$ で与えられる。ただし、 u は改定前の SI 単位において、

$$u = \frac{1}{N_A} \times 10^{-3} \text{ kg}$$

で定義され、原子質量の単位であるダルトン (Da) と等しい。

1-2. n, m, N_A および a のうち必要なものを用いて、密度 d [kg m^{-3}] を表せ。

シリコンの真球の半径 r は測定の結果 4.69 cm であった。キログラム原器を用いて、真球の質量 w は 1.00 kg と決定された。X線構造解析により、単位格子の一辺の長さ a は 5.43 Å であることがわかった。

1-3. 測定された数値を用いて、アボガドロ定数 N_A を求めよ。有効数字は3桁とする。

その2.

新たな単位系において、 N_A は有限の桁数の値として定義されている。このとき、 N_A 個の ^{12}C 原子の質量は、0.012 kg からわずかにずれることになる。

新しい定義を採用することで、問題 1-3 で用いた式によって質量を計算できるようになる。実際、現在では体積が正確に測定できる場合、質量はキログラム原器を用いず決定できる。キログラム原器は容易に利用できるものではなく、そのレプリカであっても、あらゆる国や地域で使えるものではない。加えて、キログラム原器自体の劣化も無視できない。その

ため、キログラム原器を用いず質量が決定できるようになることには大きな価値がある。結果的に、複数の研究機関の合意に基づき、最新の測定データを用いて 7 つの重要な基礎定数が決定された。そのうち 3 つが以下の表 1 に示されている。

表 1. 再定義された 3 つの定数

定数	記号	新たな定義値	単位
アボガドロ定数	N_A	$6.02214076 \times 10^{23}$	mol^{-1}
プランク定数	h	$6.62607015 \times 10^{-34}$	J s
光速	c	2.99792458×10^8	m s^{-1}

ここで、アボガドロ定数とプランク定数の積もまた理論的に定数である。(訳注: この積はモルプランク定数と呼ばれ、かつてはアボガドロ定数やプランク定数自身よりも正確な値が得られていた。)

2-1. 以上の事実に基づき、質量の決定に関して正しい選択肢を全て選べ。(訳注: このあと議論されるように、長さの決定に h は必要でない。また、モルプランク定数は既知としてよい。)

質量の決定には

□ N_A のみで十分である □ N_A と h の両方が必要である □ h のみで十分である

定数の単位に注目することで、質量を定義しよう。アボガドロ定数は単位 mol^{-1} を持つが、この単位は質量を明示的に含まないため、質量の定義に用いるのは難しい。一方、プランク定数の単位 J s は $\text{kg m}^2 \text{s}^{-1}$ と書けるため、アボガドロ定数よりも質量の定義に向いていると考えられる。そのためには、時間 1 s と、長さ 1 m の定義を理解する必要がある。

詳細は省くが、新たな SI 基本単位において 1 s は、磁場中に置かれた ^{133}Cs 原子の超微細構造準位間のエネルギー差を実験的に観察することで決定される。このエネルギー差は周波数単位 Hz において

$$\Delta\nu_{\text{Cs}} = 9192631770 \text{ Hz}$$

で与えられる。この高精度な値は、周波数の定義 $\text{Hz} = \text{s}^{-1}$ を用いると、

$$\Delta\nu_{\text{Cs}} = 9192631770 (1 \text{ s})^{-1}$$

と書ける。したがって、次の定義を得る。

$$1 \text{ s} = \frac{9192631770}{\Delta\nu_{\text{Cs}}}$$

このことは、 1 s とは $\Delta\nu_{\text{Cs}}$ 遷移の 9192631770 倍の長さの時間であることを意味し、 1 s の新たな定義を与える。

同様に、 1 m は光速 $c = 299792458 \text{ m s}^{-1}$ を用いて定義される。つまり、 1 m は光が 1 s の間に進む距離の $1/299792458$ として定義される。 1 s の定義を 1 m の定義に代入することで、新しい 1 m の定義

$$1 \text{ m} = \frac{9192631770}{299792458} \frac{c}{\Delta\nu_{\text{Cs}}} = 30.633319 \frac{c}{\Delta\nu_{\text{Cs}}}$$

を得る。

2-2. これらの新しい物理量の定義を用いて、 1 kg の定義を与えよ。有効数字は 8 桁とする。

一方で、質量はエネルギーの観点からも考えることができる。静止質量 m の粒子は静止エネルギー mc^2 を持ち、次の等式によって、対応する周波数 ν を持つとみなせる。

$$h\nu = mc^2$$

逆に考えれば、この意味で光子も質量を持つと考えることができる。(訳注:なお、実際に光子が静止することはない。)

2-3. レーザーポインタから放出される 635 nm の波長を持つ光子の、みかけの質量 m [kg] を求めよ。