

Preparatory Problems IChO 2012

Theoretical Problems



問題16 電子による不活性気体原子の加熱 – 蛍光灯をモデルに

蛍光灯は世界の人工光の需要の約80%をまかなっている。また白熱電球の数分の1の消費エネルギーでそれと同じ明るさになるため、世界の消費エネルギー削減に一役買っている。蛍光灯には低圧の希ガス（アルゴンなど）と、さらに低い圧力の水銀の蒸気が充填されている。

蛍光灯に電気を流すと水銀の一部がイオン化し、電子と水銀イオンが同数現れる。電子が電氣的に中性の水銀原子に衝突すると水銀原子中の電子が励起され、それが基底状態に戻るときに紫外線を放つ。蛍光剤が塗ってある蛍光管の表面にその紫外線が当たると、私たちの目に見える可視光となる。

蛍光管の陽極と陰極の間にかかる電場により、絶えず電子にエネルギーが供給されている。それを電子どうしで再分配し、電子の温度はすみやかに約 11,000 K にまで達する。同様にして電氣的に中性なアルゴン原子どうしもすみやかに熱的に平衡状態に達する。しかし電子とアルゴンは質量に大きな差があるため、電子がアルゴンに衝突してエネルギーを受け渡す効率は非常に悪い。したがって蛍光管中のアルゴンの温度は電子よりもかなり低い。

定常状態近似を用いて、蛍光管中の電氣的に中性なアルゴンガスの定常状態における温度を計算してみよう。ただし電子の温度 T_e は 11,000 K、蛍光管の管壁の温度 T_{wall} は 313 K とする。

すべての計算において、次に示す典型的な蛍光灯のパラメーターを用いよ。

長さ：120 cm、半径：3.6 cm、アルゴンの分圧：3 Torr (1 Torr = 1 mmHg; 1/760 atm)

a) 容積 $4.9 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$ の蛍光管中の自由電子の密度が $n_e = 5.0 \cdot 10^{17} \text{ m}^{-3}$ のとき、電子とアルゴンの1秒あたりの総衝突回数 ν を求めよ。ただし、1個の電子がアルゴン原子に衝突する際の平均衝突時間は $\tau = 7.9 \cdot 10^{-10} \text{ s}$ とする。

b) 蛍光管中における電子からアルゴンへのエネルギー移動の速度 $J_{e-\text{Ar}}$ は何 J s^{-1} か。1回の衝突で電子のエネルギーのうち $f = 2.5 \cdot 10^{-5}$ の割合でアルゴン原子に、またアルゴンの

エネルギーのうちの $f = 2.5 \cdot 10^{-5}$ の割合で電子にそれぞれエネルギーが移動するものとする。このとき、電子とアルゴンが持つ平均の内部エネルギーは $\frac{3}{2} k_B T$ で表される。ただし k_B はボルツマン定数 (ボルツマン定数は、別表にて $1.3807 \cdot 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$ と与えられている)、 T はそれぞれの温度である。

蛍光管の中心から管壁へ向かって温度が直線的に低下すると仮定すると、

蛍光管の中心で熱せられたアルゴンガスから管壁へのエネルギー総移動速度は、

$J_{Ar \rightarrow Wall} = \kappa_{Ar} (T_{Ar} - T_{Wall}) \frac{S_l}{R_{tube}}$ で表される。ここで、 κ_{Ar} はアルゴンの熱伝導率で $\kappa_{Ar} =$

$1.772 \cdot 10^{-2} \text{ J} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ 、 R_{tube} は蛍光管の半径で $R_{tube} = 3.6 \text{ cm}$ 、 S_l は長さ 120 cm の蛍光管壁の表面積である。

c) 定常状態において、蛍光管の中の電氣的に中性なアルゴンガスの温度 T_{Ar} を表す式を導け。

d) 40 W の蛍光灯への総エネルギー入力に対する、蛍光管壁への熱輸送でアルゴン原子によって失われるエネルギーの割合を求めよ。 ($1 \text{ W} = 1 \text{ J} \cdot \text{s}^{-1}$)

e) アルゴンの分圧が 1 atm 、 10 atm の時の T_{Ar} をそれぞれもう一度計算せよ。今までの条件との違いは τ のみであり、これは圧力に反比例する ($\tau \sim P^{-1}$)。ただしこの圧力範囲においてアルゴンの熱伝導率 κ_{Ar} は圧力に依存しないものとする。