

問題2 シュノーケリング

気体の圧力は、気体が容器の壁に及ぼす単位面積当たりの力、もしくは、気体内のどこかに置かれた単位面積を持つ仮想的な表面に及ぼす力と考えてよい。その力は、気体中の粒子がその表面に衝突することによって生じる。理想気体中においては、単位面積を持つ表面との衝突頻度（1秒当たりの衝突回数）は、

$$Z_{surface} = \frac{p}{\sqrt{2\pi m k_B T}}$$

で与えられる。ここで、 p は気体の圧力、 T は気体の温度、 m は気体粒子の質量、 k_B はボルツマン定数 ($k_B = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$) である。

海面の位置において、大気圧は通常約 **101.3 kPa** であり、典型的なイギリスの夏の日々の平均気温は **15°C** である。

- a) 空気のうち **79%**が窒素で **21%**が酸素であると仮定して、空気中の1分子の加重平均質量を計算せよ。
- b) 人間の肺の表面積は、約 **75 m²**である。人間の呼吸にかかる時間は、平均的に約 **5 秒**である。ある典型的なイギリスの夏の日々の一回の呼吸の間における肺の表面との衝突回数を求めよ。なお、肺中の圧力は大気圧と等しい一定の値をとると仮定することにする。これは、肺中の圧力は呼吸の各周期の間に **1%**以下しか変化しないことを考えれば妥当な近似である。

人間の肺は、最大で大気圧の **1/20** までの圧力差に対して正常に機能する。この事実を使うと、ダイバーが呼吸するためにシュノーケルを使うとしたら、どのくらい深く潜っても泳いでいられるかを定めることができる。

水面下 d の深さでダイバーが受ける圧力は、ダイバーの上方にある水の質量によってもたらされる単位面積当たりの力によって決まる。重力によって質量 m の物体にかかる力は、 $F = mg$ である。ここで、 g は重力加速度であり、 $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$ である。

- c)** 断面積 A および深さ d の体積中に含まれる水の質量を数式で表せ。
- d)** (c) の体積中の水によってダイバーが受ける力を求める式を導出せよ。また、それを用いて、水面位における圧力と水深 d においてダイバーが受ける圧力の差を表す式を求めよ。
- e)** 水面下において、ダイバーがシュノーケルを通して正常に呼吸しながら泳ぐことができる最大の水深を計算せよ。